**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФИЛИАЛ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТНОГО ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ «МЭИ» В Г. СМОЛЕНСКЕ**

**В.А. ТИХОНОВ**

# СБОРНИК ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ»

**Смоленск 2021**

УДК 621.396 (076.5)
Т46

Допущено учебно-методическим Советом филиала ФГБОУ ВО «НИУ МЭИ» в г. Смоленске в качестве методического пособия для студентов, обучающихся по направлению подготовки бакалавров «Информатика и вычислительная техника»

Подготовлено на кафедре «Вычислительной техники»

Рецензент
к.т.н. доцент филиала ФГБОУ ВПО «НИУ МЭИ» в г. Смоленске Ю.И. Пучков

Т46 **Тихонов, В.А.** Сборник лабораторных работ по дисциплине «Основы теории надежности»: методические указания / В.А. Тихонов. – Смоленск: РИО филиала ФГБОУ ВО «НИУ МЭИ» в г. Смоленске, 2021. – 30 с.

Методические указания содержат описание четырех лабораторных работ по курсу «Основы теории надежности».

При выполнении лабораторных работ студенты используют знания, полученные при изучении дисциплины «Основы теории надежности».

© Филиал ФГБОУ ВО «НИУ «МЭИ» в г. Смоленске, 2021

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1
## АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ СИСТЕМЫ

Цель работы: расчет основных показателей надежности невосстанавливаемой системы с последовательным и параллельным соединением элементов.

### Теоретическое введение

**Основные показатели надежности невосстанавливаемой системы**

1. Вероятность безотказной работы - вероятность того, что в пределах заданной наработки *t* отказ объекта не возникает. Математическое определение:

$$P(t) = P(T_0 \geq t),$$

где $T_0$ - случайное время работы объекта до наступления отказа.

2. Вероятность отказа - вероятность того, что в пределах заданной наработки *t* отказ объекта возникнет. Математическое определение:

$$Q(t) = P(T_0 < t).$$

3. Интенсивность отказов невосстанавливаемого объекта – условная плотность вероятности возникновения отказа невосстанавливаемого объекта, определяемая для рассматриваемого момента времени, при условии, что до этого момента отказ не возник. Математическое определение:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)},$$

где $f(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$ - плотность вероятности возникновения отказа.

4. Среднее время безотказной работы невосстанавливаемого объекта. Математическое определение:

$$T_{ср} = \int_0^{\infty} t \cdot f(t) \cdot dt, \qquad (1)$$

где t - время от начала работы невосстанавливаемого объекта до его отказа.

**Связь между показателями надежности**

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) \cdot dt}, \qquad (2)$$

$$T_{ср} = \int_0^{\infty} P(t) \cdot dt. \qquad (3)$$

**Основные структурные схемы надежности**

**1. Последовательное (основное) соединение** в структурной схеме надёжности – это такое соединение, при котором отказ хотя бы одного элемента приводит к отказу всей системы в целом (рисунок 1). Этот тип соединения в теории надёжности называет также основным соединением.

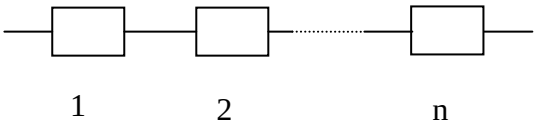


Рисунок 1 - Структурная схема надёжности с последовательным соединением элементов

Если считать отказы элементов независимыми, то на основании теоремы умножения вероятностей вероятность безотказной работы системы выражается следующим образом:

$$P_c(t) = p_1(t) \cdot p_2(t) \cdot \ldots \cdot p_n(t) = \prod_{i=1}^{n} p_i(t), \qquad (4)$$

где $p_i\ (t)$ – вероятность безотказной работы $i$-го элемента; $Pc(t)$ – вероятность безотказной работы системы.

Если $p_1(t) = p_2(t) = \ldots = p_i(t) = p(t)$, то $P_c(t) = p^n(t)$.

С учётом выражения (2) можно сделать вывод, что суммарная интенсивность отказов $n$ последовательно соединённых элементов находится как сумма интенсивностей отдельных элементов:

$$\lambda_c(t) = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i(t).$$

**2. Параллельным (резервным) соединением** элементов в структурной схеме надёжности называется такое соединение, при котором система отказывает только при отказе всех $n$ элементов, образующих эту схему (рисунок 2). Согласно определению:

$$Q_c(t) = Q_1(t) \cdot Q_2(t) \cdots Q_n(t) = \prod_{j=1}^{n} Q_j(t) = \prod_{j=1}^{n} (1 - P_j(t)). \qquad (5)$$

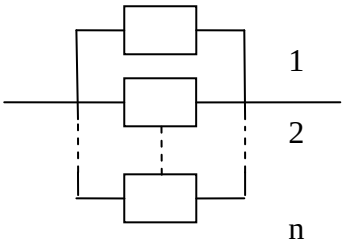


Рисунок 2 - Структурная схема надёжности с параллельным соединением элементов

Отсюда

$$P_c(t) = 1 - Q_c(t) = 1 - \prod_{j=1}^{n} (1 - P_j(t)). \qquad (6)$$

С учетом (2) выражение для вероятности безотказной работы системы с параллельным соединением примет вид:

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=1}^{n} (1 - e^{\int_0^t \lambda_j(t) \cdot dt}). \quad (7)$$

## Рабочее задание

1. Для микропроцессорной системы, состоящей из N процессоров, M модулей памяти и R каналов ввода/выводов, определить вероятность безотказной работы, интенсивность отказов и среднее время безотказной работы системы. Построить графики для вероятности безотказной работы и вероятности отказа.

Интенсивности отказов: процессора – $\lambda_1 = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$ (1/ч), памяти – $\lambda_2 = 2{,}5 \cdot 10^{-5}$ (1/ч), канала ввода/вывода – $\lambda_3 = 3{,}5 \cdot 10^{-5}$ (1/ч).

Отказ микропроцессорной системы происходит в случае отказа хотя бы одного процессора, модуля памяти или канала ввода/вывода системы. Надежность системы определяется за время работы, равное 5000 ч. Количественный состав микропроцессорной системы задан в таблице 1.

Таблица 1 - Количественный состав микропроцессорной системы

| Номер компьютера | Количество процессоров, N | Количество модулей памяти, M | Количество каналов ввода/вывода, R |
|---|---|---|---|
| 0 | 3 | 6 | 5 |
| 1 | 2 | 4 | 7 |
| 2 | 2 | 5 | 4 |
| 3 | 4 | 3 | 10 |
| 4 | 5 | 7 | 8 |
| 5 | 7 | 8 | 9 |
| 6 | 9 | 10 | 6 |
| 7 | 6 | 9 | 3 |
| 8 | 8 | 2 | 2 |
| 9 | 4 | 8 | 1 |
| 10 | 3 | 4 | 4 |
| 11 | 2 | 5 | 10 |
| 12 | 2 | 3 | 8 |
| 13 | 4 | 7 | 9 |
| 14 | 5 | 8 | 4 |
| 15 | 7 | 10 | 10 |
| 16 | 9 | 9 | 8 |
| 17 | 6 | 2 | 9 |
| 18 | 2 | 8 | 6 |

2. Для микропроцессорной системы, состоящей из N процессоров, M модулей памяти, R каналов ввода/выводов, и при использовании полного резерва, определить вероятность безотказной работы, среднее время безотказной работы и интенсивность отказов системы с резервом. Построить графики для вероятности безотказной работы, вероятности отказа и интенсивности отказов системы.

Отказ основной системы происходит в случае отказа хотя бы одного процессора, модуля памяти или канала ввода/вывода системы. Надежность системы определяется за время работы, равное 5000 ч.

Интенсивности отказов и количество блоков основной и резервной систем заданы в первом задании.

3. Для микропроцессорной системы, состоящей из N процессоров, M модулей памяти и R каналов ввода/выводов, определить вероятность безотказной работы, среднее время безотказной работы и интенсивность отказов системы. Построить графики для вероятности безотказной работы, вероятности отказа и интенсивности отказов системы с резервом.

Надежность системы определяется за время работы, равное 5000 ч.

Отказ системы происходит в случае отказа хотя бы одного модуля памяти, канала ввода/вывода системы или всех процессоров.

Интенсивности отказов и количество блоков системы заданы в первом задании.

## Содержание отчета

1. Функциональные схемы системы для п.1 – п.3 рабочего задания.
2. Расчетные зависимости для всех пунктов рабочего задания.
3. Графики для всех пунктов рабочего задания.
4. Результаты оценки надежности системы.
5. Выводы по результатам оценки надежности.

## Контрольные вопросы

1. Чем определяется вероятность безотказной работы?
2. Как связаны между собой вероятность безотказной работы и среднее время безотказной работы?
3. Как вычисляется вероятность отказа при основном соединении элементов?
4. Как вычисляется вероятность отказа при резервном соединении элементов?
5. Как вычисляется среднее время безотказной работы при основном соединении элементов?
6. Как вычисляется среднее время безотказной работы при резервном соединении элементов?

7. Как вычисляется среднее время безотказной работы при резервном соединении элементов?
8. Как вычисляется интенсивность отказа системы при основном соединении элементов?
9. Как вычисляется интенсивность отказа системы при резервном соединении элементов?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №2
## РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМ ДАННЫМ

Цель работы: расчет основных показателей надежности по результатам статистических испытаний.

### Рабочее задание

Определить показатели надежности по случайной выборке из N = 100 элементов, подчиняющейся нормальному закону распределения.

### Порядок выполнения задания

1. Сгенерировать случайную выборку, подчиняющуюся нормальному закону распределения с параметрами $T^{o}ср = 500 + 5 \cdot j$, $\sigma^{o} = 100+5 \cdot j$ (j – номер по журналу) и произвести упорядочение выборки.

По полученным экспериментальным данным построить статистический ряд, оценив число интервалов *k* и длину интервала Δt по формулам

$$k = 1 + 3{,}2 \cdot \lg(N), \tag{8}$$

$$\Delta t = \frac{T_{max} - T_{min}}{k}, \tag{9}$$

где $T_{max}$ и $T_{min}$ соответственно максимальная и минимальная наработка элементов.

2. Рассчитать и построить график для статистической вероятности отказов

$$Q(t) = \frac{m(t)}{N}, \tag{10}$$

где m(t) – количество неработоспособных элементов в момент времени t.

3. Построить характеристику статистической оценки плотности распределения вероятности отказов

$$f(i \cdot \Delta t) = \frac{m_i(\Delta t)}{\Delta t \cdot N}, \tag{11}$$

где $m_i(\Delta t)$ – количество отказавших элементов на i-ом интервале Δt, i – номер интервала.

4. Построить характеристику статистической оценки интенсивности отказов

$$\lambda(i \cdot \Delta t) = \frac{m_i(\Delta t)}{\Delta t \cdot n(i \cdot \Delta t)}, \tag{12}$$

где $n(i \cdot \Delta t)$ – количество работоспособных элементов к моменту времени $i \cdot \Delta t$.

5. Определить Tср и σ, сравнив их с исходными параметрами $T^{o}ср$ и $\sigma^{o}$.

$$\sigma = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{N}(T_i - T\text{ср})^2}}{\sqrt{N}}. \qquad (13)$$

6. На графике изобразить гистограмму для исходной выборки и график непрерывной случайной величины, подчиняющейся нормальному закону с полученными параметрами Тср и σ.

## Содержание отчета

1. Исходные данные для расчета параметров надежности элементов.
2. Расчеты и графики, подтверждающие выполнение пунктов задания.
3. Выводы по результатам проведенных расчетов.

## Контрольные вопросы

1. Как была сформирована упорядоченная выборка?
2. Пояснить полученные графические зависимости.
3. В чем отличие плотности распределения вероятности безотказной работы и плотности распределения вероятности отказов?
4. Как изменятся представленные функциональные зависимости при увеличении объема выборки?
5. Зависимости для найденных параметров для непрерывной случайной величины.
6. В чем отличие в выражениях для плотности распределения вероятности отказов и интенсивности отказов?
7. Пределы изменения вероятности безотказной работы и вероятности отказа.
8. Как рассчитать по выборке среднее время безотказной работы?
9. Какие параметры надежности не являются функциями времени?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3
## АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ ПО ЗАДАННОЙ СТРУКТУРНОЙ СХЕМЕ

Цель работы: анализ вероятности безотказной работы по структурно-функциональной схеме надежности системы.

### Теоретическое введение

Чаще всего системы имеют последовательно-параллельную структуру. Путем декомпозиции такую структуру можно расчленить на совокупность схем только с последовательным или только с параллельным соединением элементов. Однако в практике проектирования систем встречаются случаи, когда структурную схему не удается отнести к последовательно-параллельной.

Если в результате применения процедуры остается хотя бы один фрагмент, который не удается расчленить на изолированные элементы, то структура является сложной.

При анализе надежности систем со сложной структурой принимаются следующие допущения:

соединения всех элементов в структурной схеме постоянные,

отказы элементов – независимые события,

для каждого элемента задана функция вероятности безотказной работы.

Одним из эффективных методов расчета надежности систем со сложной структурой является метод эквивалентных схем.

Метод эквивалентных схем основан на использовании формулы полной вероятности в виде

$$P_c(t) = f(p_1, p_2, ..., p_n) = p_i \cdot P(t \mid p_i = 1) + q_i \cdot P(t \mid p_i = 0), \qquad (14)$$

где $p_i$ – вероятность безотказной работы i-го элемента, $q_i$ – вероятность отказа i-го элемента.

Входящие в (14) условные вероятности представляют собой вероятности безотказной работы систем, одна из которых отличается от исходной лишь тем, что ее первый элемент идеально надежный (перемычка)**,** а в другой системе первый элемент вообще отсутствует (разрыв). Операция разбиения функции $P_c(t)$ на два слагаемых в (14) называется разрезанием по i-му элементу. Вообще говоря, разрезание может быть проведено по любому элементу системы. Последовательность действий при использовании метода эквивалентных схем следующая.

1. В исходной системе выбирают элемент, по которому будет производиться разрезание. Обычно им становится элемент, расположенный между простыми точками соединения.

2. Исходную структурную схему преобразуют в две эквивалентные схемы, в одной из которых выбранный элемент заменяется перемычкой, а в другой элемент удаляется (разрыв).

3. Если обе полученные в предыдущем пункте схемы являются последовательно-параллельными, то для расчета их надежности используют методы преобразования последовательных и параллельных структур. После подстановки в (14) соответствующих вероятностей получают искомую вероятность. Если же одна или обе схемы остаются в классе сложных структур, то в них проводят действия в соответствии с пп. 1 и 2, и так до тех пор, пока все эквивалентные схемы не станут последовательно-параллельными.

## Рабочее задание

1. По заданной структурно-функциональной схеме надежности технической системы, в соответствии с вариантом задания (№ рисунка - № по списку), известным значениям интенсивностей отказов $\lambda_i$ входящих в нее элементов (см. таблицу 2) построить математическую модель надежности исходной системы. Структурно-функциональные схемы представлены в Приложении 1.

2. Определить время наработки на отказ для заданной вероятности безотказной работы системы $P_c(T)$ (таблица 2).

## Порядок выполнения задания

1. В заданной схеме выбрать элемент (или два) для разрезания.

2. Используя метод эквивалентных схем, преобразовать исходную структурно-функциональную схему в эквивалентные.

3. Найти выражения для вероятностей безотказной работы эквивалентных схем и всей системы.

4. Построить график вероятности безотказной работы системы $P_c(t)$ в зависимости от наработки t.

5. Определить время наработки системы на отказ T, для которого вероятности безотказной работы системы $P_c(T)$ будет не менее заданной.

Таблица 2 - Интенсивности отказов элементов

| $P_c(T)$ | Интенсивности отказов элементов $\lambda_i \times 10^{-6} 1/ч$ | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 0,6 | 0,01 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,1 |

## Содержание отчета

1. Исходная структурно-функциональная схема.
2. Схемы и функциональные выражения, отражающие результаты преобразования исходной структурно-функциональной схемы в эквивалентные.
3. График вероятности безотказной работы системы.
4. Наработка системы на отказ Т.

## Контрольные вопросы

1. Какие правила преобразования применяются для упрощения структуры исходной системы?
2. В чем сущность метода эквивалентных схем?
3. Ограничения на использование метода эквивалентных схем.
4. Как оценить вероятность отказа заданной системы?
5. Как определить среднее время безотказной работы системы?
6. Как определить интенсивность отказов системы?
7. Как изменится вероятность безотказной работы системы, если в структуре удалить элемент 3?
8. Как изменится вероятность отказа системы, если удалить элемент 6?

Приложение 1

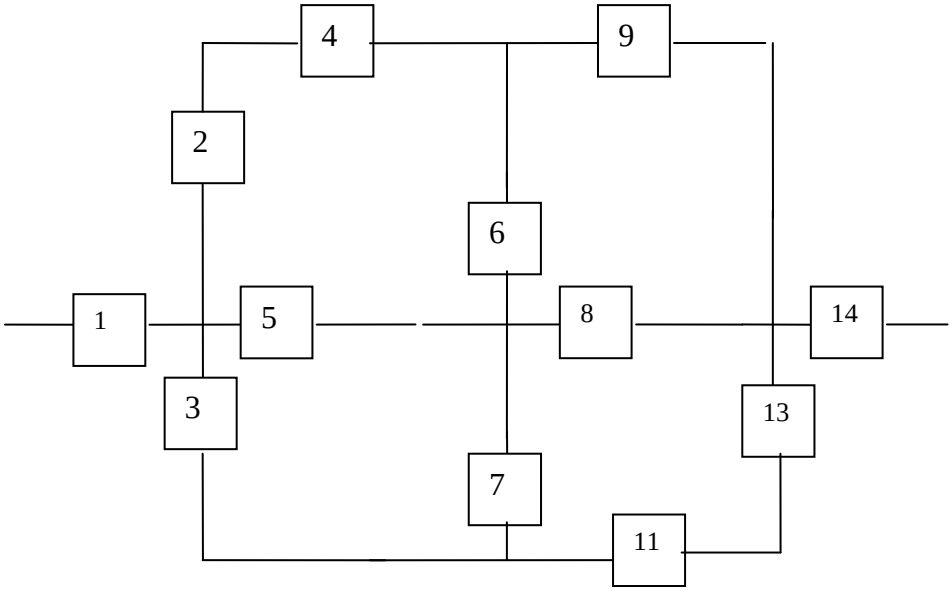


Рисунок П.1

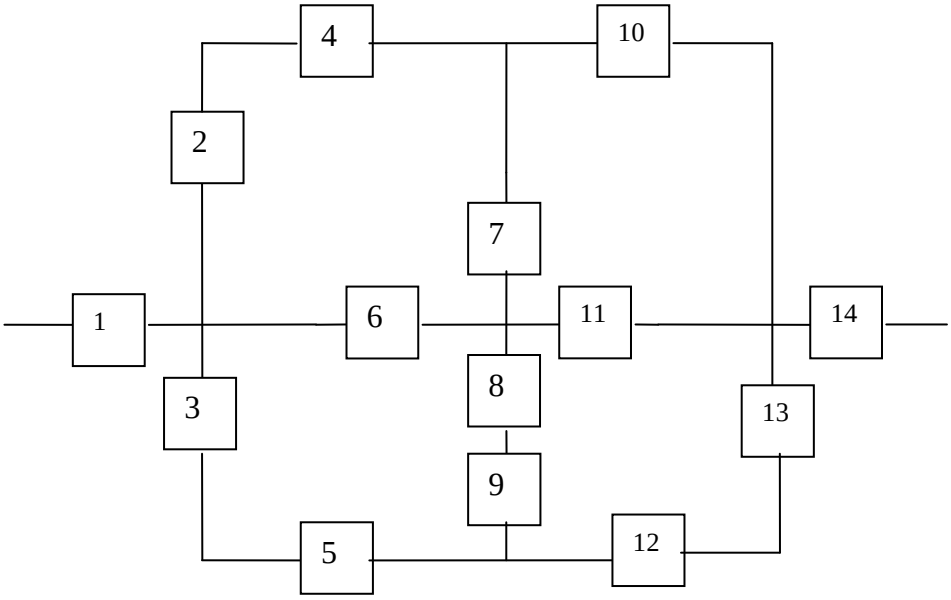


Рисунок П.2

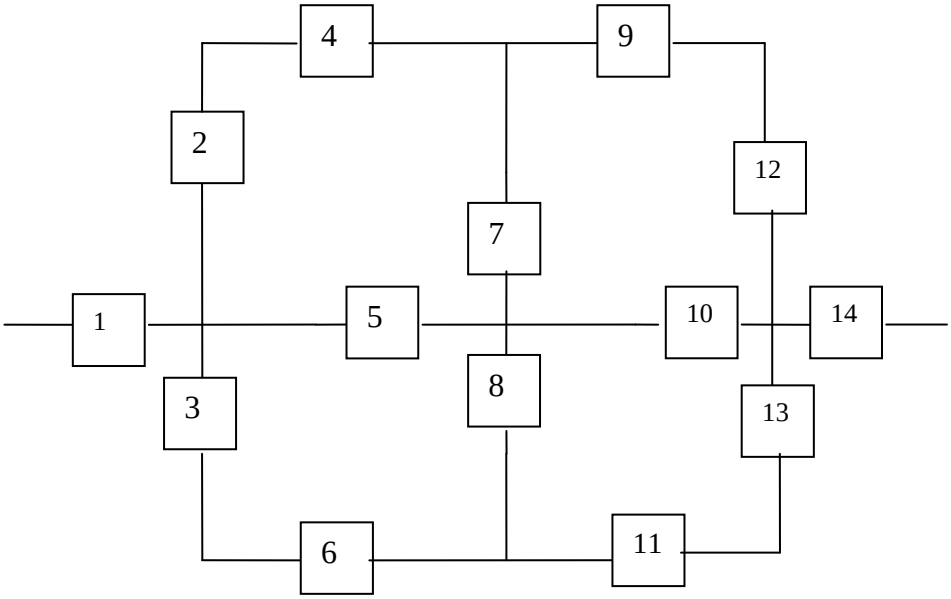


Рисунок П.3

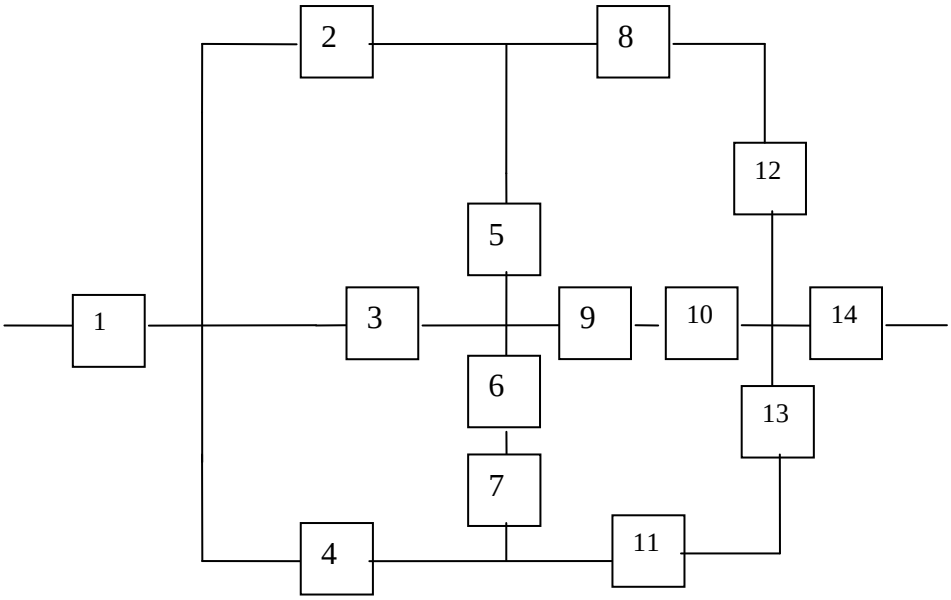


Рисунок П.4

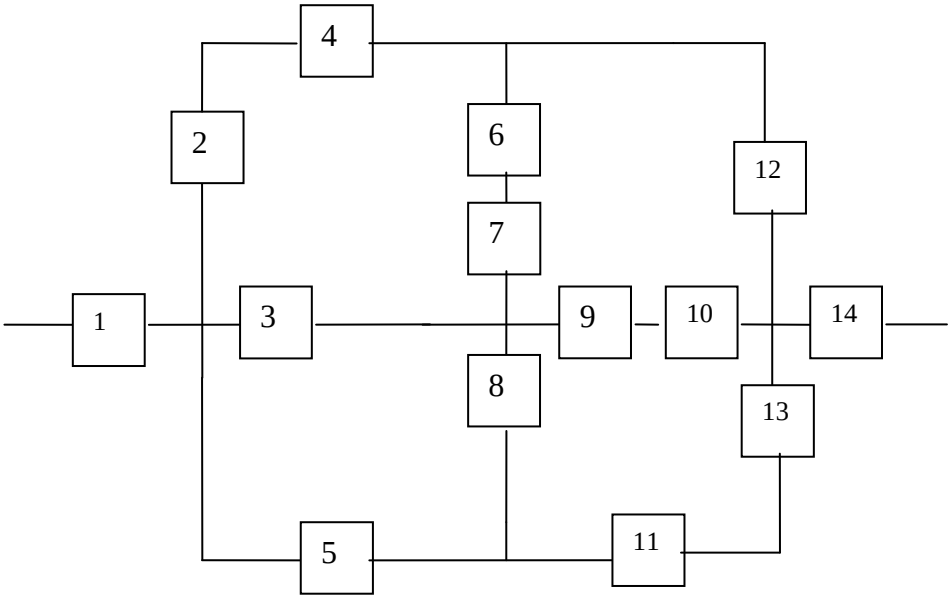


Рисунок П.5

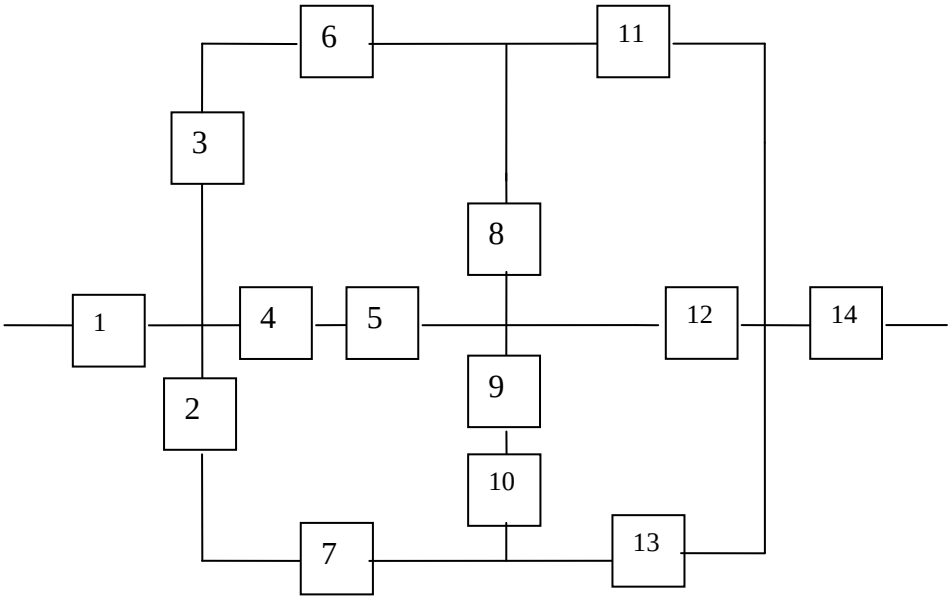


Рисунок П.6

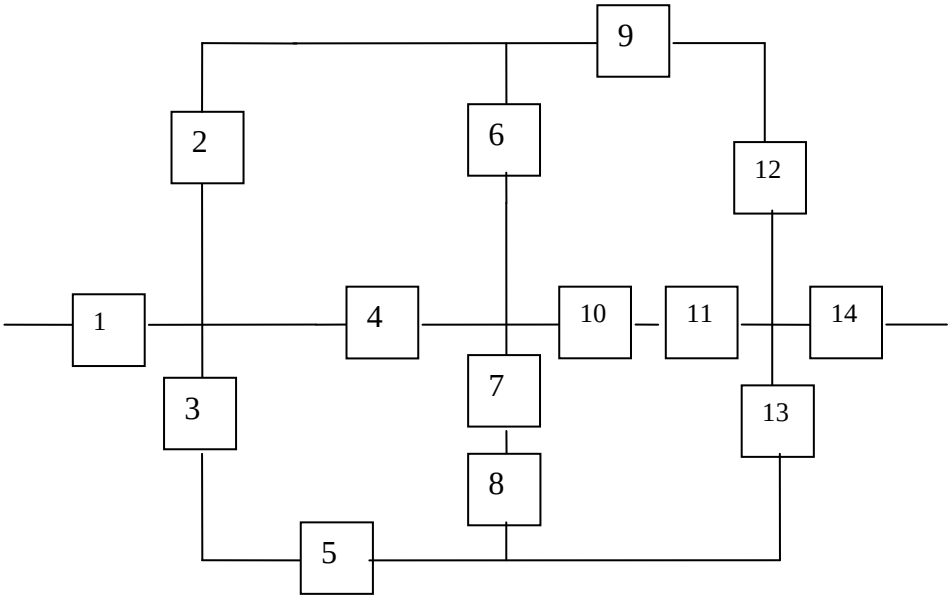


Рисунок П.7

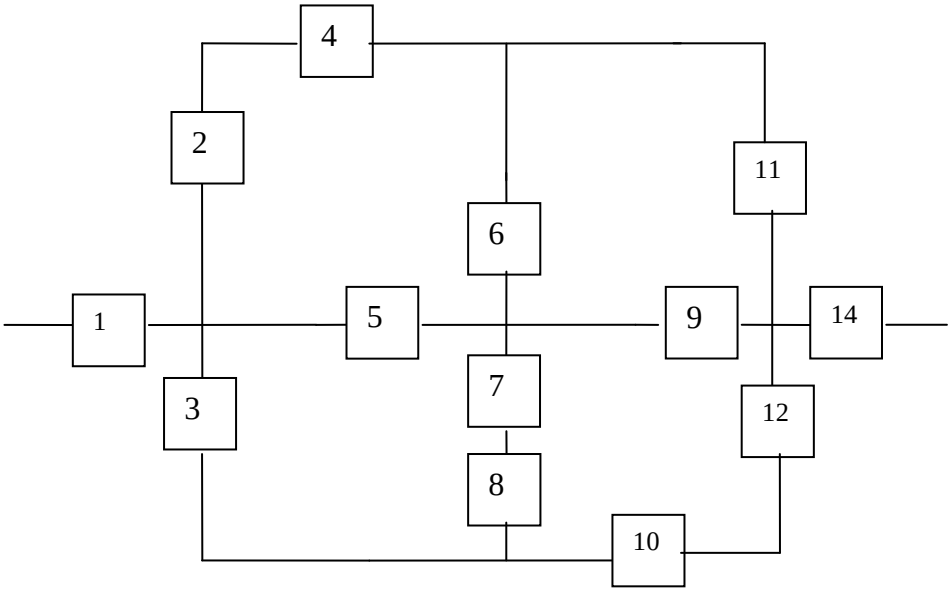


Рисунок П.8

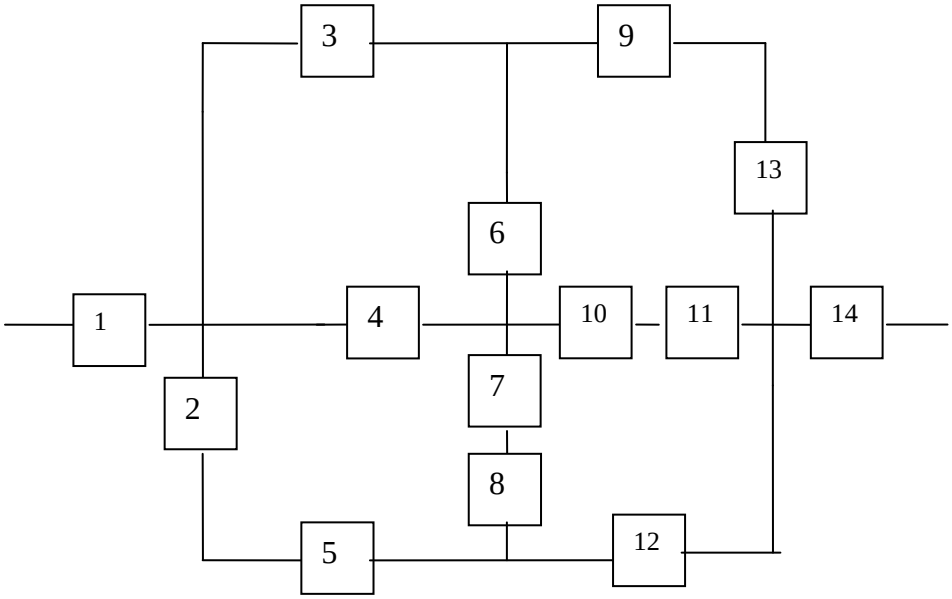


Рисунок П.9

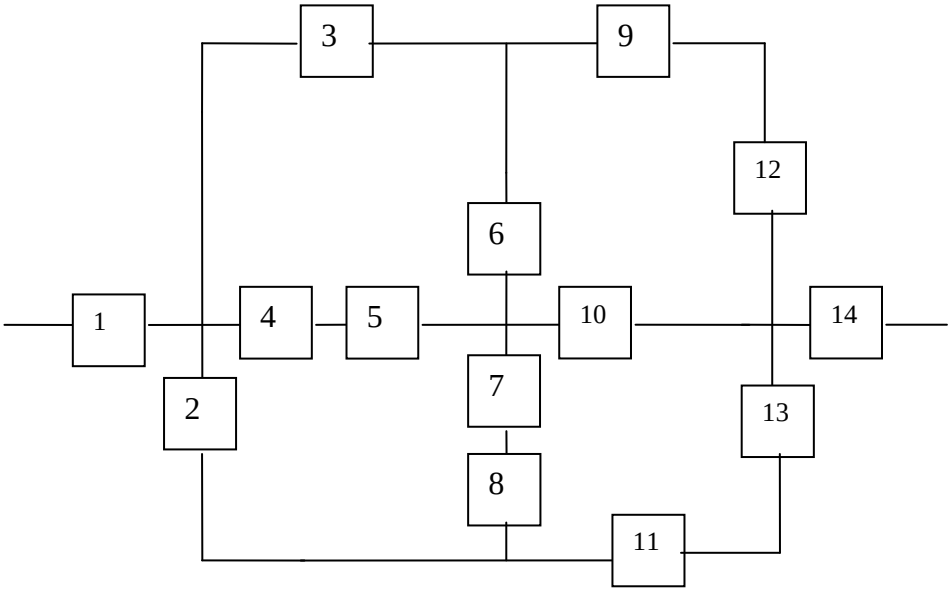


Рисунок П.10

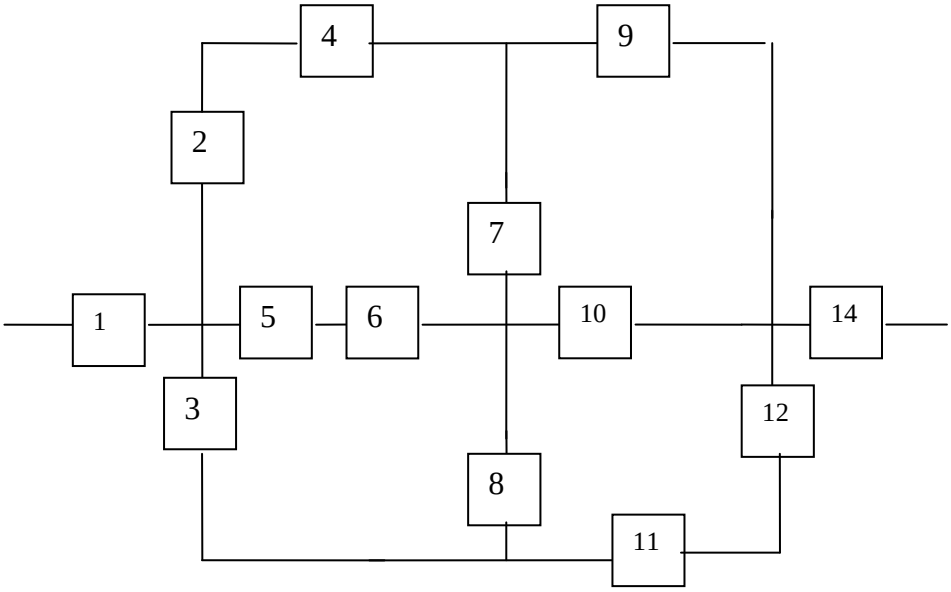


Рисунок П.11

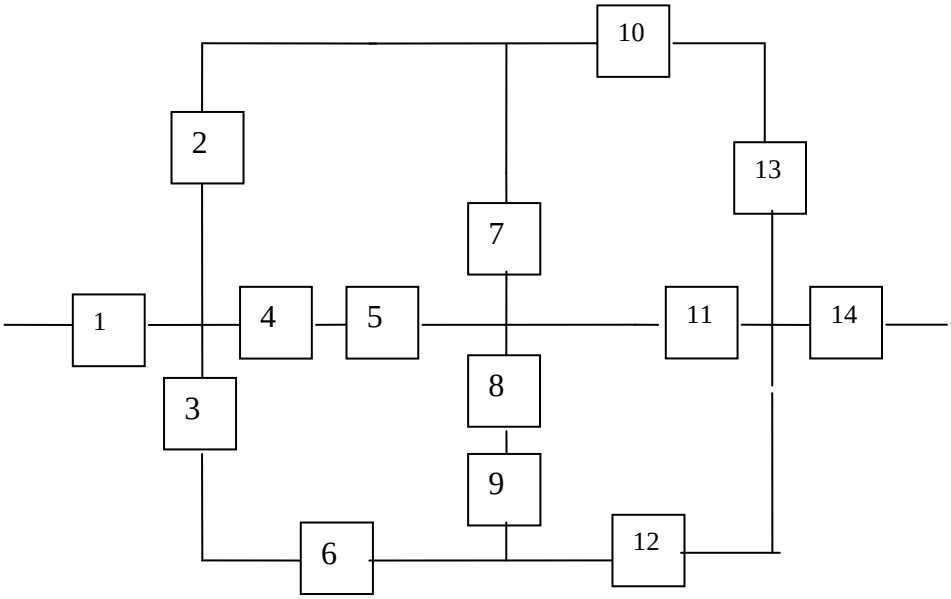


Рисунок П.12

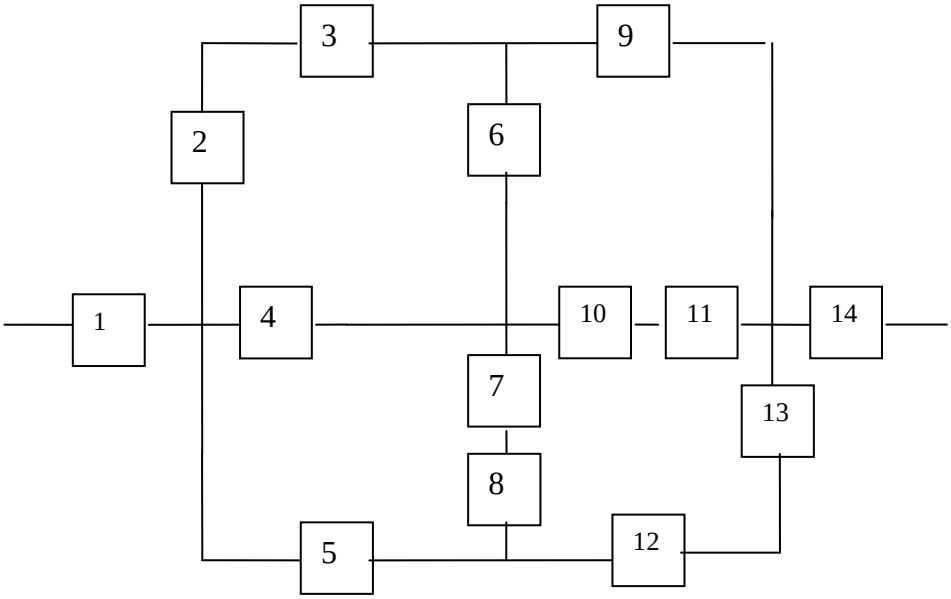


Рисунок П.13

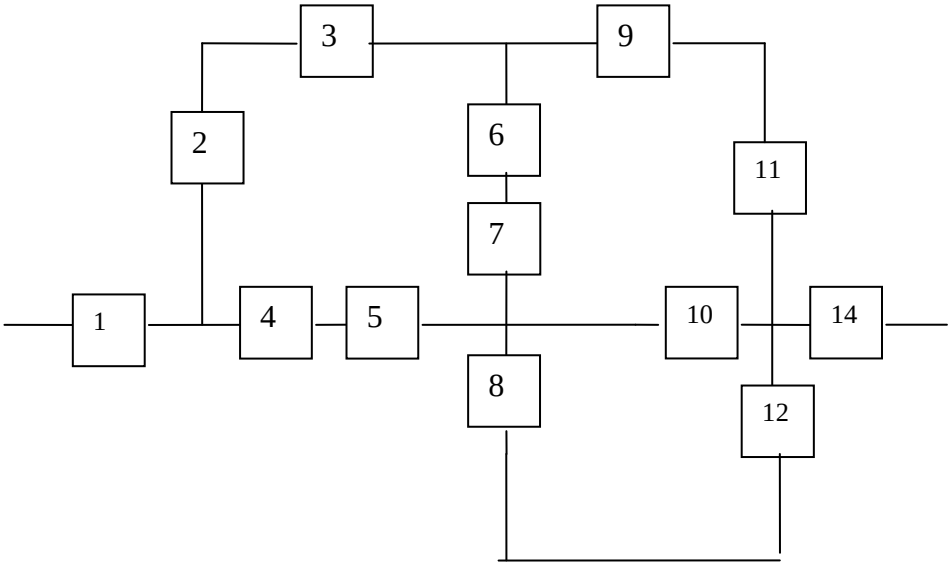


Рисунок П.14

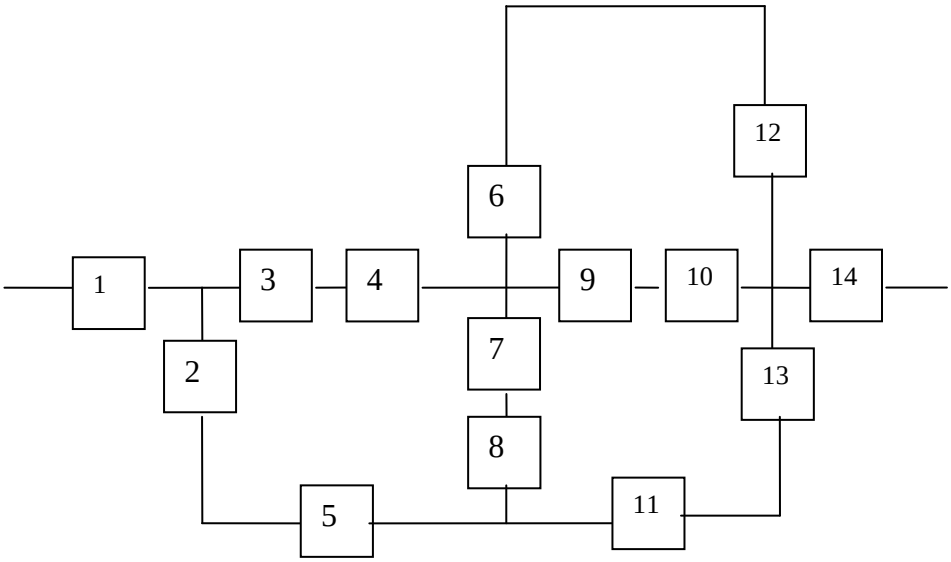


Рисунок П.15

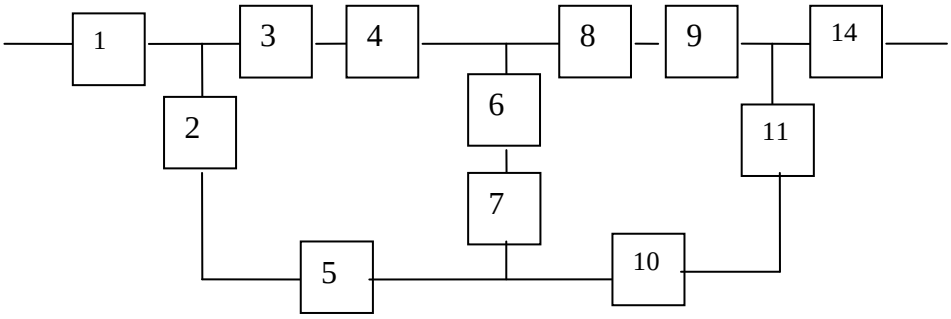


Рисунок П.16

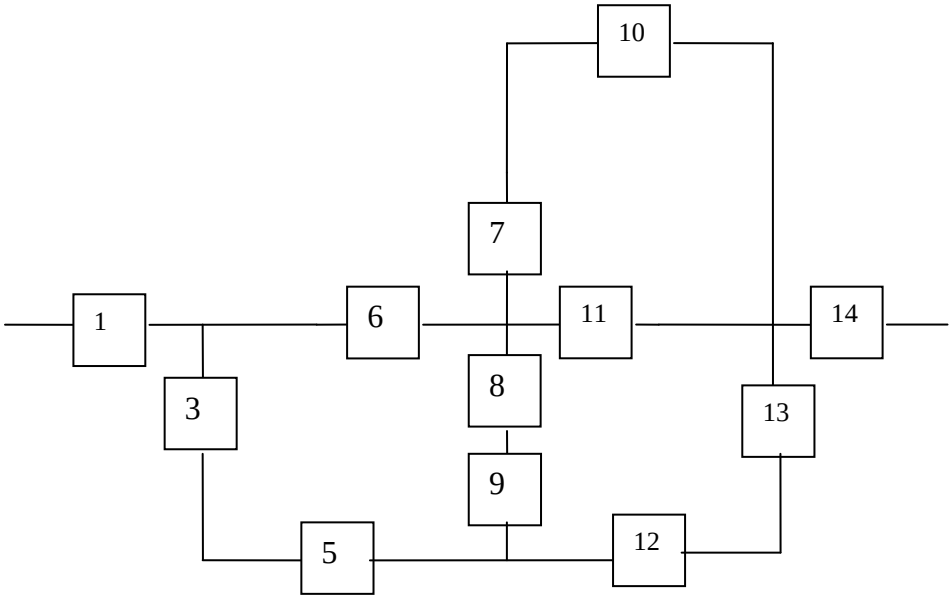


Рисунок П.17

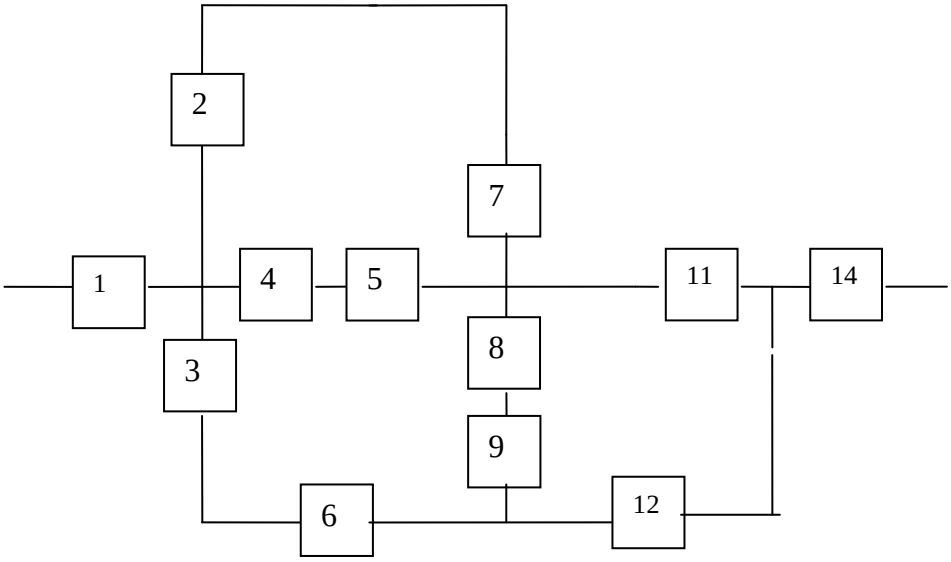


Рисунок П.18

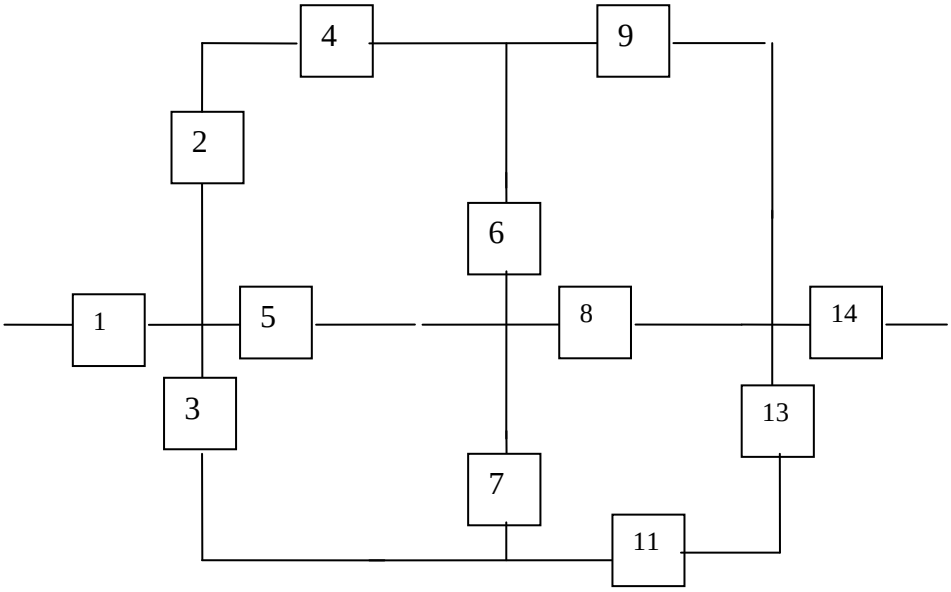


Рисунок П.19

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4
## МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ

Цель работы: изучить методы повышения надежность системы.

### Теоретическое введение

Современная техника обладает обширным арсеналом способов повышения надежности. Способы повышения надежности по их назначению можно разделить па четыре группы:

1. Уменьшение наработки,
2. Снижение интенсивности отказов,
3. Улучшение восстанавливаемости,
4. Резервирование.

Уменьшение *наработки* для выполнения определенного объема работ достигается выбором более быстродействующих элементов и высокопроизводительных устройств при проектировании изделия. Уменьшить наработку в некотором календарном периоде времени можно и полным или частичным выключением системы или отдельных ее устройств в паузе между рабочими сеансами, если это не нарушает порядок функционирования системы.

Способы уменьшить *интенсивность отказов* весьма разнообразны и затрагивают все этапы жизни системы. Прямое влияние на безотказность последовательной системы имеют количество и качество ее элементов. Улучшить показатели надежности можно за счет комплектации системы элементами повышенной надежности. Даже при одной и той же технологии изготовления системы имеется возможность повысить ее надежность путем отбора элементов по некоторым параметрам в процессе входного контроля конкретной партии комплектующих изделий на заводе-изготовителе. При этом стоимость отобранных элементов возрастает за счет стоимости забракованных.

Существенного снижения интенсивности отказов можно добиться облегчением режимов работы элементов. В несколько раз можно снизить интенсивность отказов только за счет снижения электрической нагрузки и создания оптимального температурного режима эксплуатации. Большое значение имеет и снижение механических нагрузок ударного и вибрационного типов, в особенности на соединительные элементы.

Улучшение *восстанавливаемости* системы направлено на уменьшение времени обнаружения, локализации (определение места возникновения) и устранения отказов, а также времени ее подготовки к включению после восстановления работоспособности.

*Резервированием* называют способ обеспечения надежности объекта за счет использования дополнительных средств и возможностей, избыточных

по отношению к минимально необходимым при выполнении требуемых функций.

Виды и методы резервирования довольно разнообразны и зависят как от типа характеристик, которые должны быть улучшены, так и от класса систем, в которых резервирование используется. Для повышения надежности систем управления применяют структурное, функциональное, временное, информационное, алгоритмическое резервирование.

*Структурным резервированием* (СР) называют способ повышения надежности аппаратуры, состоящий в применении в системе дополнительных (резервных) элементов, которые не являются необходимыми для выполнения возложенных на систему функций, но используются системой после отказа основных элементов.

## Рабочее задание

1. Увеличить на 30% найденное значение наработки до отказа в предыдущей лабораторной работе №2 и принять его за исходную наработку до отказа $T_2$ в дальнейших расчетах надежности системы.

2. Произвести расчет вероятности безотказной работы надежности квазиэлементов и всей системы в целом для вновь полученной наработки $T_2$. Определить квазиэлементы, имеющие минимальную надежность.

3. Обеспечить заданное значение вероятности безотказной работы системы (см. таблицу 1) для наработки $T_2$ за счет повышения надежности путем снижения интенсивности отказов отдельных элементов, входящих в выбранные для модернизации квазиэлементы. Определить требуемые значения интенсивности отказов элементов.

4. Обеспечить заданное значение вероятности безотказной работы системы (см. таблицу 3) для наработки $T_2$ за счет повышения надежности путем резервирования отдельных элементов, входящих в выбранные для модернизации квазиэлементы.

Таблица 3 – Интенсивности отказов элементов

| $(t)$ | Интенсивности отказов элементов $\lambda_i \times 10^{-6} 1/ч$ | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** | **13** | **14** |
| 0,6 | 0,01 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0,1 |

## Содержание отчета

1. Исходная структурно-функциональная схема.

2. Функциональные выражения, отражающие повышение надежности путем изменения интенсивности отказа.

3. Схемы и функциональные выражения, отражающие результаты резервирования.

4. Графики вероятности безотказной работы системы.

## Контрольные вопросы

1. Способы повышения надежности системы.
2. Как обеспечивается повышение надежности за счет наработки?
3. Как обеспечивается изменение интенсивности отказов элементов?
4. Как обеспечивается улучшение восстанавливаемости системы?
5. Какие виды резервирования применяются для повышения надежности?
6. Порядок расчета требуемой интенсивности отказов элемента.
7. Порядок расчета количества резервных элементов.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5
## ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

Цель работы**:** научиться рассчитывать параметры надежности восстанавливаемых систем с использованием Марковской модели.

### Подготовка к работе

1. Изучить понятие «размеченный граф состояний».
2. Изучить построение размеченного графа состояний.
3. Изучить методику построения уравнений Колмогорова.
4. Изучить методику решения уравнений Колмогорова.
5. Выписать расчетные соотношения для функций готовности и простоя.

### Теоретическое введение

В большинстве случаев поведение системы может быть представлено Марковским процессом с дискретными состояниями и непрерывным временем. Найдем вероятность пребывания системы S, описываемой этим процессом, в одном из возможных состояний $S_1$, $S_2$,... $S_n$ для произвольного момента времени *t*.

Предположим, что для любой пары состояний известна интенсивность потока $\lambda_{ij}$, переводящего систему из состояния $S_i$ в состояние $S_j$. Если непосредственный переход из $S_i$ в $S_j$ невозможен, будем полагать $\lambda_{ij} = 0$, а также $\lambda_{ii} = 0$ . Обозначим $P_i$ (t) - вероятность того, что в момент времени *t* система находилась в одном из состояний $S_i$. Вероятность пребывания системы в этом состоянии для момента времени *t* может быть найдена из следующего выражения

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^{n} P_j(t) \cdot \lambda_{ji} - P_i(t) \cdot \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}, \qquad (15)$$

где $i = 1, 2, \ldots n$.

Система *n* дифференциальных уравнений представленного вида называется уравнениями Колмогорова.

Первая сумма в правой части формулы распространяется на те значения j, для которых возможен непосредственный переход из состояния $S_j$ в $S_i$ (то есть для которых $\lambda_{ji} \neq 0$), а вторая - на те значения j, для которых возможен непосредственный переход из $S_i$ в $S_j$ (т.е. $\lambda_{ij} \neq 0$).

Для нахождения $P_i(t)$ решают систему дифференциальных уравнений при заданных начальных условиях $P_1(0)$, $P_2(0)$,... $P_n(0)$, учитывая, что для любого момента *t* выполняется нормировочное условие $\sum_{i=1}^{n} P_i(t) = 0$. Это условие можно использовать вместо одного из дифференциальных уравнений.

При составлении дифференциальных уравнений удобно пользоваться размеченным графом состояний. При анализе Марковского процесса с непрерывным временем на размеченном графе состояний, возле каждой стрелки, ведущей из состояния $S_i$ в состояние $S_j$, записывается интенсивность $\lambda_{ij}$ потока событий, переводящего систему из состояния $S_i$ в состояние $S_j$. Если $\lambda_{ij}$ =0, то стрелка и соответствующая интенсивность на размеченном графе отсутствуют.

Для удобства составления уравнений Колмогорова произведение $P_i(t)\cdot \lambda_{ij}$ ($P_i(t)$ - вероятность пребывания системы в состоянии $S_i$ в момент времени t) называется ***потоком вероятности,*** переводящим систему из состояния $S_i$ в состояние $S_j$.

С учетом этого понятия уравнения Колмогорова составляются по следующему мнемоническому правилу: производная вероятности любого состояния равна сумме потоков вероятности, переводящих систему в это состояние, минус сумма всех потоков вероятности, выводящих систему из этого состояния.

## Рабочее задание

1. Оценить надежность технической системы, состоящей из двух функциональных узлов, находящихся в основном соединении, с интенсивностями потока отказов ($N$ – номер по списку) $\lambda_1 = (1.2+\sqrt[3]{N})\cdot 10^{-3}$, $\lambda_2 = (1+\sqrt{N})\cdot 10^{-3}$. Систему обслуживает одна ремонтная бригада. Интенсивность потока восстановления $\lambda_в = (1+\sqrt[3]{N})\cdot 10^{-2}$.

2. Оценить надежность резервированной системы, содержащей две резервные системы. Одна из резервных систем находится в облегченном резерве, а вторая - в нагруженном. При отказе системы, находящейся в облегченном режиме, она переходит в нагруженный режим. В резервированной системе для восстановления используются две ремонтных бригады. Интенсивность отказов каждой из систем при работе в нагруженном резерве $\mu=(5+\sqrt[3]{N})\cdot 10^{-4}$, а облегченном - $\beta=(2+\sqrt[3]{N})\cdot 10^{-6}$. Интенсивность восстановления $\alpha=(2+\sqrt[3]{N})*10^{-3}$ ($N$ - номер по списку).

## Порядок выполнения задания 1

1. Определить возможные состояния системы и составить размеченный граф состояний с учетом отказов каждого из блоков.
2. По полученному графу составить систему уравнений Колмогорова.

Считая, что в начальный момент времени система исправна, рассчитать и построить графики для нестационарного коэффициента готовности $K_г(t)$ и функции простоя Q(t).

**Примечание.** Нестационарный коэффициент готовности $K_г(t)$ совпадает с вероятностью работоспособного состояния, функции простоя Q(t) – с вероятностью отказа системы.

Для решения системы дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутта в Mathcad можно использовать функцию rkfixed.

3. По полученным графикам оценить стационарный коэффициент готовности $К_г$.

**Порядок выполнения задания 2**

4. Составить размеченный граф состояний, воспользовавшись моделью гибели и размножения, с учетом отказов и восстановлений каждой из систем.
5. По полученному графу составить систему уравнений Колмогорова.
6. Считая, что в начальный момент времени резервированная система исправна, рассчитать и построить графики для нестационарного коэффициента готовности $К_г(t)$ и функции простоя $Q(t)$.
7. По полученным графикам оценить стационарный коэффициент готовности $К_г$.

**Контрольные вопросы**

1. Показатели надежности восстанавливаемых систем.
2. Что такое «размеченный граф состояний»?
3. Как построить размеченный граф состояний?
4. Методика построения уравнений Колмогорова.
5. Методика решения уравнений Колмогорова.
6. Расчетные соотношения для функций готовности и простоя.
7. Как определить стационарный коэффициент готовности?
8. Особенности использования облегченного и нагруженного резервов восстанавливаемых систем.
9. Составление размеченного графа состояний для резервированных восстанавливаемых систем.
10. Методика расчета надежности восстанавливаемых систем без перерывов в работе.
11. Методика построения уравнений Колмогорова для резервированных систем.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов. Учебное пособие. – СПб.: Питер, 2005. – 479 с.

2. Шишмарев В.Ю. Надежность технических систем: учебник для студентов вузов. – М.: издательский центр «Академия», 2010. – 304 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа № 1. Анализ надежности невосстанавливаемой системы……. 3

Лабораторная работа № 2. Расчет надежности по экспериментальным данным ……..…… 8

Лабораторная работа № 3. Анализ надежности системы по заданной структурной схеме…….…… 18

Лабораторная работа № 4. Методы повышения надежности системы 23

Лабораторная работа № 5. Оценка надежности восстанавливаемых систем…… 26

Литература……..… 29

Учебно-методическое издание

Тихонов Владимир Александрович

Сборник лабораторных работ по дисциплине
«Основы теории надежности»

Технический редактор М.А. Андреев
Корректор И.А. Казилина

---

Темплан издания филиала МЭИ в г. Смоленске, 2021 г., метод.
Подписано в печать 30.12.2020 г.
Формат бумаги 60×84$^{1}/_{16}$. Печ. л. 2,0. Усл. печ. л. 1,86.

---

Издательский сектор филиала МЭИ в г. Смоленске
214013 г. Смоленск, Энергетический проезд, 1.